補講　新教育課程による出題

1　太郎さんと花子さんは，社会のグローバル化に伴う都市間の国際競争において，都市周辺にある国際空港の利便性が重視されていることを知った。そこで，日本を含む世界の主な 40 の国際空港それぞれから最も近い主要ターミナル駅へ鉄道等で移動するときの「移動距離」,「所要時間」,「費用」を調べた。なお,「所要時間」と「費用」は各国とも午前 10 時台で調査し,「費用」は調査時点の為替レートで日本円に換算した。

（1は次のページに続く。）

以下では，データが与えられた際，次の値を外れ値とする。

「(第 1 四分位数) − 1.5 × (四分位範囲)」以下のすべての値
「(第 3 四分位数) + 1.5 × (四分位範囲)」以上のすべての値

(1) 次のデータは，40 の国際空港からの「移動距離」(単位は km) を並べたものである。

56	48	47	42	40	38	38	36	28	25
25	24	23	22	22	21	21	20	20	20
20	20	19	18	16	16	15	15	14	13
13	12	11	11	10	10	10	8	7	6

このデータにおいて，四分位範囲は [アイ] であり，外れ値の個数は [ウ] である。

(1は次のページに続く。)

(2) 図 1 は「移動距離」と「所要時間」の散布図，図 2 は「所要時間」と「費用」の散布図，図 3 は「費用」と「移動距離」の散布図である。ただし，白丸は日本の空港，黒丸は日本以外の空港を表している。また，「移動距離」，「所要時間」，「費用」の平均値はそれぞれ 22，38，950 であり，散布図に実線で示している。

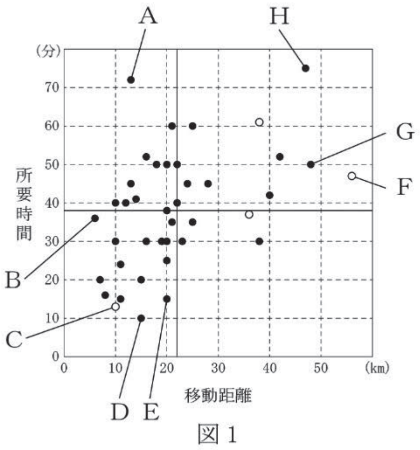


図 1

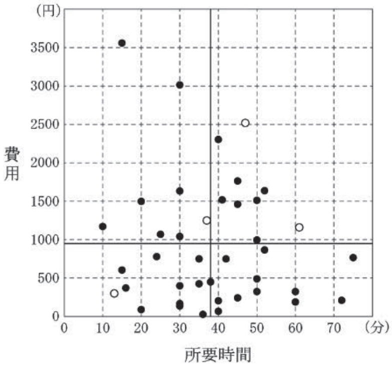


図 2

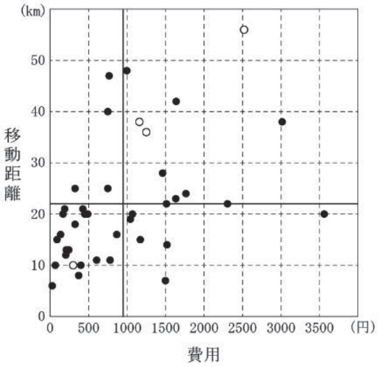
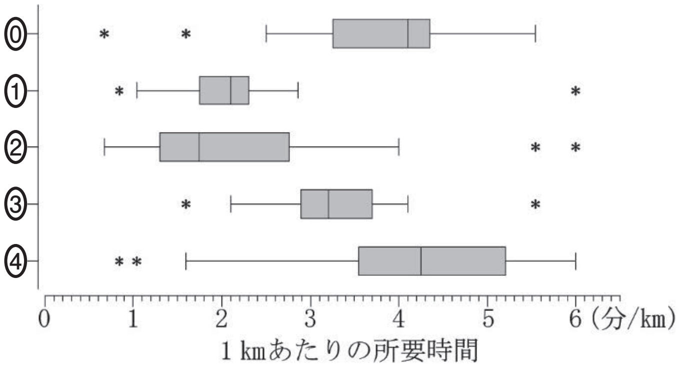


図 3

(i) 40 の国際空港について，「所要時間」を「移動距離」で割った「1 km あたりの所要時間」を考えよう。外れ値を＊で示した「1 km あたりの所要時間」の箱ひげ図は **エ** であり，外れ値は図 1 の A～H のうちの **オ** と **カ** である。

(1は次のページに続く。)

［エ］については，最も適当なものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。



［オ］，［カ］の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪ A	① B	② C	③ D	④ E	⑤ F	⑥ G	⑦ H

(ii) ある国で，次のような新空港が建設される計画があるとする。

移動距離（km）	所要時間（分）	費用（円）
22	38	950

次の(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)は，40 の国際空港にこの新空港を加えたデータに関する記述である。

(Ⅰ) 新空港は，日本の四つのいずれの空港よりも，「費用」は高いが「所要時間」は短い。

(Ⅱ) 「移動距離」の標準偏差は，新空港を加える前後で変化しない。

(Ⅲ) 図 1，図 2，図 3 のそれぞれの二つの変量について，変量間の相関係数は，新空港を加える前後で変化しない。

(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)の正誤の組合せとして正しいものは［キ］である。

［キ］の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	正	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(Ⅱ)	正	正	誤	誤	正	正	誤	誤
(Ⅲ)	正	誤	正	誤	正	誤	正	誤

（1は次のページに続く。）

(3)　太郎さんは，調べた空港のうちの一つであるＰ空港で，利便性に関するアンケート調査が実施されていることを知った。

太郎：Ｐ空港を利用した30人に，Ｐ空港は便利だと思うかどうかをたずねたとき，どのくらいの人が「便利だと思う」と回答したら，Ｐ空港の利用者全体のうち便利だと思う人の方が多いとしてよいのかな。

花子：例えば，20 人だったらどうかな。

二人は，30 人のうち 20 人が「便利だと思う」と回答した場合に，「Ｐ空港は便利だと思う人の方が多い」といえるかどうかを，次の**方針**で考えることにした。

方針

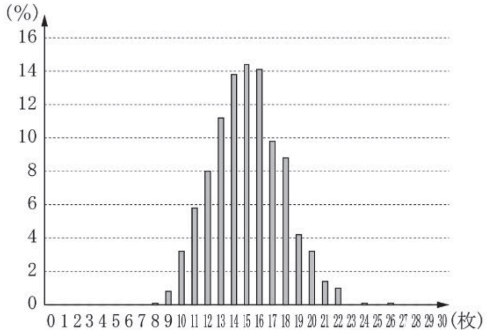
- “Ｐ空港の利用者全体のうちで「便利だと思う」と回答する割合と，「便利だと思う」と回答しない割合が等しい”という仮説をたてる。
- この仮説のもとで，30 人抽出したうちの 20 人以上が「便利だと思う」と回答する確率が 5％未満であれば，その仮説は誤っていると判断し，5％以上であれば，その仮説は誤っているとは判断しない。

(1は次のページに続く。)

次の**実験結果**は，30 枚の硬貨を投げる実験を 1000 回行ったとき，表が出た枚数ごとの回数の割合を示したものである。

実験結果

表の枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
割合	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.8%	
表の枚数	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
割合	3.2%	5.8%	8.0%	11.2%	13.8%	14.4%	14.1%	9.8%	8.8%	4.2%	
表の枚数	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
割合	3.2%	1.4%	1.0%	0.0%	0.1%	0.0%	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%



表の枚数

実験結果を用いると，30 枚の硬貨のうち 20 枚以上が表となった割合は [ク].[ケ] %である。これを，30 人のうち 20 人以上が「便利だと思う」と回答する確率とみなし，**方針**に従うと，「便利だと思う」と回答する割合と，「便利だと思う」と回答しない割合が等しいという仮説は [コ]，P 空港は便利だと思う人の方が [サ]。

[コ]，[サ] については，最も適当なものを，次のそれぞれの解答群から一つずつ選べ。

[コ] の解答群

⓪ 誤っていると判断され	① 誤っているとは判断されず

[サ] の解答群

⓪ 多いといえる	① 多いとはいえない

[2] 中にくじが入っている二つの箱AとBがある。二つの箱の外見は同じであるが，箱Aでは，当たりくじを引く確率が $\frac{1}{2}$ であり，箱Bでは，当たりくじを引く確率が $\frac{1}{3}$ である。

(1) 各箱で，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返す。このとき

箱Aにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ …①

箱Bにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ …②

である。箱Aにおいて，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ であり，箱Bにおいて，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は $\boxed{キ}$ である。

([2]は次のページに続く。)

(2) 太郎さんと花子さんは，それぞれくじを引くことにした。ただし，二人は，箱A，箱Bでの当たりくじを引く確率は知っているが，二つの箱のどちらがAで，どちらがBであるかはわからないものとする。

まず，太郎さんが二つの箱のうちの一方をでたらめに選ぶ。そして，その選んだ箱において，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したところ，3回中ちょうど1回当たった。

このとき，選ばれた箱がAである事象を A，選ばれた箱がBである事象を B，3回中ちょうど1回当たる事象を W とする。①，②に注意すると

$$P(A\cap W)=\frac{1}{2}\times\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad P(B\cap W)=\frac{1}{2}\times\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)$ であるから，3回中ちょうど1回当たったとき，選んだ箱がAである条件付き確率 $P_W(A)$ は $\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ となる。また，条件付き確率 $P_W(B)$ は $1-P_W(A)$ で求められる。

（2は次のページに続く。）

次に，花子さんが箱を選ぶ。その選んだ箱において，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返す。花子さんは，当たりくじをより多く引きたいので，太郎さんのくじの結果をもとに，次の(X)，(Y)のどちらの場合がよいかを考えている。

(X)　太郎さんが選んだ箱と同じ箱を選ぶ。

(Y)　太郎さんが選んだ箱と異なる箱を選ぶ。

花子さんがくじを引くときに起こりうる事象の場合の数は，選んだ箱がA，Bのいずれかの2通りと，3回のうち当たりくじを引く回数が0，1，2，3回のいずれかの4通りの組合せで全部で8通りある。

花子：当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶといいかな。
太郎：当たりくじを引く回数の期待値を求めるには，この8通りについて，それぞれの起こる確率と当たりくじを引く回数との積を考えればいいね。

花子さんは当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶことにした。

(X)の場合について考える。箱Aにおいて3回引いてちょうど1回当たる事象を A_1，箱Bにおいて3回引いてちょうど1回当たる事象を B_1 と表す。

太郎さんが選んだ箱がAである確率 $P_W(A)$ を用いると，花子さんが選んだ箱がAで，かつ，花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象の起こる確率は $P_W(A)\times P(A_1)$ と表せる。このことと同様に考えると，花子さんが選んだ箱がBで，かつ，花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象の起こる確率は [シ] と表せる。

花子：残りの6通りも同じように計算すれば，この場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算できるね。
太郎：期待値を計算する式は，選んだ箱がAである事象に対する式とBである事象に対する式に分けて整理できそうだよ。

(2は次のページに続く。)

残りの6通りについても同じように考えると，(X)の場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算する式は

$$\boxed{\text{ス}} \times \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} + \boxed{\text{セ}} \times \boxed{\text{キ}}$$

となる。

(Y)の場合についても同様に考えて計算すると，(Y)の場合の当たりくじを引く回数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。よって，当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶという方針に基づくと，花子さんは，太郎さんが選んだ箱と $\boxed{\text{テ}}$ 。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪ $P_W(A) \times P(A_1)$	① $P_W(A) \times P(B_1)$
② $P_W(B) \times P(A_1)$	③ $P_W(B) \times P(B_1)$

$\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\dfrac{1}{2}$	① $\dfrac{1}{4}$	② $P_W(A)$	③ $P_W(B)$
④ $\dfrac{1}{2}P_W(A)$		⑤ $\dfrac{1}{2}P_W(B)$	
⑥ $P_W(A)-P_W(B)$		⑦ $P_W(B)-P_W(A)$	
⑧ $\dfrac{P_W(A)-P_W(B)}{2}$		⑨ $\dfrac{P_W(B)-P_W(A)}{2}$	

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ 同じ箱を選ぶ方がよい	① 異なる箱を選ぶ方がよい

補講　新教育課程による出題

1

(1)　データの大きさが 40 であるから，データを値の小さい順に並べたとき，第 1 四分位数 Q_1 は 10 番目の値と 11 番目の値の平均値であり，第 3 四分位数 Q_3 は 30 番目の値と 31 番目の値の平均値である。よって

$$Q_1=\frac{13+13}{2}=13,\quad Q_3=\frac{25+25}{2}=25$$

したがって，四分位範囲は $Q_3-Q_1=25-13=\mathbf{12}$ である。

また

$$Q_1-1.5\times(Q_3-Q_1)=13-1.5\times12=-5,$$
$$Q_3+1.5\times(Q_3-Q_1)=25+1.5\times12=43$$

であるから，外れ値は -5 以下または 43 以上の値である。

よって，外れ値は 47，48，56 の **3 個**である。

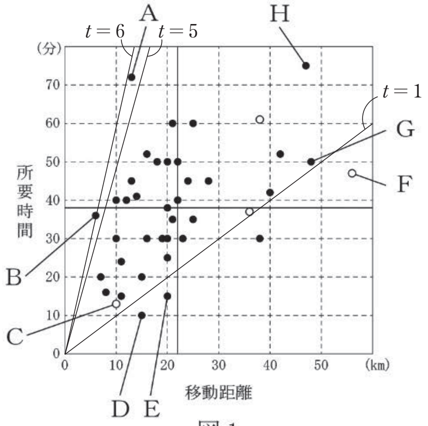


図 1

(2)(i)　1 km あたりの所要時間を t とすると，図 1 より，$t=1$ 未満である空港が 4 つあることから，1 km あたりの所要時間の箱ひげ図は②である。また，箱ひげ図②より，外れ値は $t=6$，$t=5.5$ 付近に 2 つあることがわかる。よって，外れ値は図 1 の **A**（⓪）と **B**（①）である。

(ii)　新空港における移動距離，所要時間，費用はそれぞれ，40 の空港における平均値と一致している。

(I)について

新空港は，図 2 において所要時間および費用の平均値を表す実線の交点である。よって，新空港の「費用」について，日本の 4 つの空港より高い，低いの両方の場合があるから，(I)は誤りである。

(II)について

新空港の「移動距離」は，40 の空港における平均値と一致しているから，新空港を加えた 41 の空港における「移動距離」の平均値は，加える前の平均値と一致する。よって，新空港を除く 40 の空港それぞれにおいて，「移動距離」の平均値からの偏差の 2 乗の値に変化はなく，また新空港の「移動距離」の平均値からの偏差の 2 乗の値は 0 である。したがって，偏差の 2 乗の和 d は，新空港を加える前後で変化しない。ゆえに，「移動距離」の

標準偏差について

新空港を加える前：$\sqrt{\dfrac{d}{40}}$　　　新空港を加えた後：$\sqrt{\dfrac{d}{41}}$

であるから，新空港を加える前後で変化し，(Ⅱ)は誤りである。

(Ⅲ)について

(Ⅱ)についての検討と同様，「移動距離」，「所要時間」それぞれについて，平均値からの偏差およびその 2 乗の和は，新空港を加える前後で変化はない。したがって「移動距離」，「所要時間」の偏差の 2 乗の和をそれぞれ d，m とし，「移動距離」と「所要時間」の偏差の積の和を s とすると，「移動距離」と「所要時間」の相関係数は

新空港を加える前：$\dfrac{\dfrac{s}{40}}{\sqrt{\dfrac{d}{40}}\sqrt{\dfrac{m}{40}}}=\dfrac{s}{\sqrt{d}\sqrt{m}}$

新空港を加えた後：$\dfrac{\dfrac{s}{41}}{\sqrt{\dfrac{d}{41}}\sqrt{\dfrac{m}{41}}}=\dfrac{s}{\sqrt{d}\sqrt{m}}$

であるから，新空港を加える前後で変化しない。「所要時間」と「費用」の相関係数，「費用」と「移動距離」の相関係数についても同様である。よって，(Ⅲ)は正しい。

以上より，(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)の正誤の組合せとして正しいものは⑥である。

(3)　**実験結果**を用いると，30 枚の硬貨のうち 20 枚以上が表となった割合は

$3.2+1.4+1.0+0.0+0.1+0.0+0.1+0.0+0.0+0.0+0.0=\mathbf{5.8}(\%)$

である。これを，30 人のうち 20 人以上が「便利だと思う」と回答する確率とみなすと，その確率が 5% 以上である。よって，**方針**に従うと，「便利だと思う」と回答する割合と，「便利だと思う」と回答しない割合が等しいという仮説は誤っているとは判断されず (①)，P 空港は便利だと思う人の方が多いとはいえない (①)。

2

(1)　箱Aにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は ${}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\mathbf{\frac{3}{8}}$

箱Bにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は ${}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{12}{27}=\mathbf{\frac{4}{9}}$

箱Aにおいて，3回中ちょうど0回，2回，3回当たる確率はそれぞれ

$${}_3C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8},\ {}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8},\ {}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{8}$$

であるから，箱Aにおいて，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は

$$0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{12}{8}=\mathbf{\frac{3}{2}}$$

箱Bにおいて，3回中ちょうど0回，2回，3回当たる確率はそれぞれ

$${}_3C_0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27},\ {}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{6}{27},\ {}_3C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{1}{27}$$

であるから，箱Bにおいて，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は

$$0\times\frac{8}{27}+1\times\frac{12}{27}+2\times\frac{6}{27}+3\times\frac{1}{27}=\frac{27}{27}=\mathbf{1}$$

(2)　$P(A\cap W)=P(A)\times P_A(W)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}$，$P(B\cap W)=P(B)\times P_B(W)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}$

であるから，3回中ちょうど1回当たったとき，選んだ箱がAである条件付き確率 $P_W(A)$ は

$$P_W(A)=\frac{P(W\cap A)}{P(W)}=\frac{P(A\cap W)}{P(A\cap W)+P(B\cap W)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{8}+\frac{4}{9}\right)}=\frac{3}{8}\times\frac{8\times9}{27+32}$$

$$=\mathbf{\frac{27}{59}}$$

また，条件付き確率 $P_W(B)$ は $P_W(B)=1-P_W(A)=1-\frac{27}{59}=\frac{32}{59}$

(X)の場合，すなわち太郎さんが選んだ箱と同じ箱を花子さんが選ぶ場合において，花子さんが選んだ箱がBで，かつ，花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象の起こる確率は $P_W(B)\times P(B_1)$ (❸) と表せる。花子さんが選んだ箱と花子さんが当たりくじを引く回数の組合せを考えることにより，花子さんの当たりくじを引く回数の期待値は

$$0\times\{P_W(A)\times P(A_0)+P_W(B)\times P(B_0)\}+1\times\{P_W(A)\times P(A_1)+P_W(B)\times P(B_1)\}$$
$$+2\times\{P_W(A)\times P(A_2)+P_W(B)\times P(B_2)\}+3\times\{P_W(A)\times P(A_3)+P_W(B)\times P(B_3)\}$$
$$=P_W(A)\times\{0\times P(A_0)+1\times P(A_1)+2\times P(A_2)+3\times P(A_3)\}$$
$$+P_W(B)\times\{0\times P(B_0)+1\times P(B_1)+2\times P(B_2)+3\times P(B_3)\}$$

$$=P_W(A)\times\frac{3}{2}+P_W(B)\times 1=\frac{27}{59}\times\frac{3}{2}+\frac{32}{59}\times 1=\frac{1}{59\cdot 2}(27\cdot 3+32\cdot 2)=\frac{145}{118}$$

(❷)　(❸)

(Y)の場合，花子さんの当たりくじを引く回数の期待値は

$$P_W(A)\times 1+P_W(B)\times\frac{3}{2}=\frac{27}{59}\times 1+\frac{32}{59}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{59\cdot 2}(27\cdot 2+32\cdot 3)=\mathbf{\frac{75}{59}}$$

であり，$\frac{75}{59}=\frac{150}{118}>\frac{145}{118}$

よって，当たりくじを引く回数の期待値が大きい方を選ぶという方針に基づくと，(Y)の場合，すなわち花子さんは，太郎さんが選んだ箱と異なる箱を選ぶ方がよい（⓪）。

Ⓒ RECRUIT
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。